

2002 年全国大学生数学建模竞赛

D 题 赛程安排

你所在的年级有 5 个班, 每班一支球队在同一块场地上进行单循环赛, 共要进行 10 场比赛. 如何安排赛程使对各队来说都尽量公平呢. 下面是随便安排的一个赛程: 记 5 支球队为 A, B, C, D, E, 在下表左半部分的右上三角的 10 个空格中, 随手填上 1, 2, ..., 10, 就得到一个赛程, 即第 1 场 A 对 B, 第 2 场 B 对 C, ..., 第 10 场 C 对 E. 为方便起见将这些数字沿对角线对称地填入左下三角.

这个赛程的公平性如何呢, 不妨只看看各队每两场比赛中间得到的休整时间是否均等. 表的右半部分是各队每两场比赛间相隔的场次数, 显然这个赛程对 A, E 有利, 对 D 则不公平.

	A	B	C	D	E	每两场比赛间相隔场次数
A	X	1	9	3	6	1, 2, 2
B	1	X	2	5	8	0, 2, 2
C	9	2	X	7	1	4, 1, 0
D	3	5	7	X	4	0, 0, 1
E	6	8	1	4	X	1, 1, 1
			0			

从上面的例子出发讨论以下问题:

1. 对于 5 支球队的比赛, 给出一个各队每两场比赛中间都至少相隔一场的赛程.
2. 当 n 支球队比赛时, 各队每两场比赛中间相隔的场次数的上限是多少.
3. 在达到 2) 的上限的条件下, 给出 $n=8$, $n=9$ 的赛程, 并说明它们的编制过程.
4. 除了每两场比赛间相隔场次数这一指标外, 你还能给出哪些指标来衡量一个赛程的优劣, 并说明 3) 中给出的赛程达到这些指标的程度.