

2002 年全国大学生数学建模竞赛

A 题 车灯线光源的优化设计

安装在汽车头部的车灯的形状为一旋转抛物面, 车灯的对称轴水平地指向正前方, 其开口半径 36 毫米, 深度 21.6 毫米。经过车灯的焦点, 在与对称轴相垂直的水平方向, 对称地放置一定长度的均匀分布的线光源。要求在某一设计规范标准下确定线光源的长度。

该设计规范在简化后可描述如下。在焦点 F 正前方 25 米处的 A 点放置一测试屏, 屏与 FA 垂直, 用以测试车灯的反射光。在屏上过 A 点引出一条与地面相平行的直线, 在该直线 A 点的同侧取 B 点和 C 点, 使 $AC=2AB=2.6$ 米。要求 C 点的光强度不小于某一额定值 (可取为 1 个单位), B 点的光强度不小于该额定值的两倍 (只须考虑一次反射)。

请解决下列问题:

- (1) 在满足该设计规范条件下, 计算线光源长度, 使线光源的功率最小。
- (2) 对得到的线光源长度, 在有标尺的坐标系中画出测试屏上反射光的亮区。
- (3) 讨论该设计规范的合理性。