

# 2001 年全国大学生数学建模竞赛

## A 题 血管的三维重建

断面可用于了解生物组织、器官等的形态。例如,将样本染色后切成厚约  $1\text{mm}$  的切片,在显微镜下观察该横断面的组织形态结构。如果用切片机连续不断地将样本切成数十、成百的平行切片,可依次逐片观察。根据拍照并采样得到的平行切片数字图象,运用计算机可重建组织、器官等准确的三维形态。

假设某些血管可视为一类特殊的管道,该管道的表面是由球心沿着某一曲线(称为中轴线)的球滚动包络而成。例如圆柱就是这样一种管道,其中轴线为直线,由半径固定的球滚动包络形成。

现有某管道的相继 100 张平行切片图象,记录了管道与切片的交。图象文件名依次为 0.bmp、1.bmp、...、99.bmp,格式均为 BMP,宽、高均为 512 个像素(pixel)。为简化起见,假设:管道中轴线与每张切片有且只有一个交点;球半径固定;切片间距以及图象像素的尺寸均为 1。

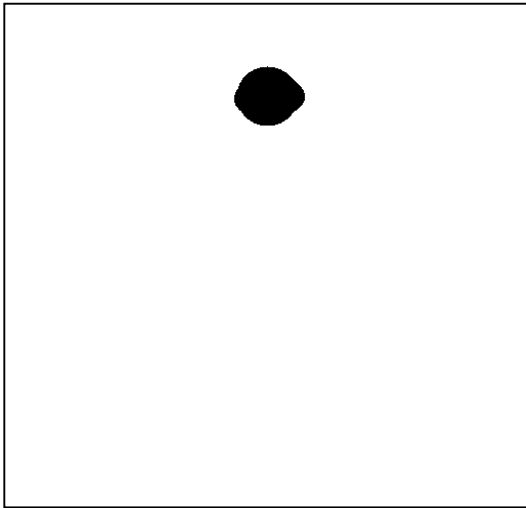
取坐标系的  $Z$  轴垂直于切片,第 1 张切片为平面  $Z=0$ ,第 100 张切片为平面  $Z=99$ 。 $Z=z$  切片图象中像素的坐标依它们在文件中出现的前后次序为

- $(-256, -256, z), (-256, -255, z), \dots (-256, 255, z),$
- $(-255, -256, z), (-255, -255, z), \dots (-255, 255, z),$
- .....
- $(255, -256, z), (255, -255, z), \dots (255, 255, z)。$

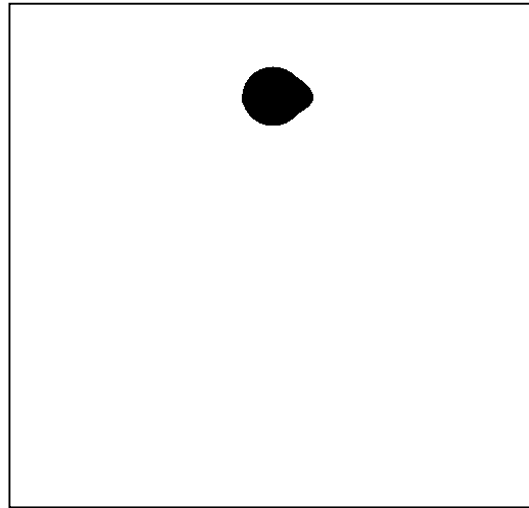
试计算管道的中轴线与半径,给出具体的算法,并绘制中轴线在  $XY$ 、 $YZ$ 、 $ZX$  平面的投影图。第 2 页是 100 张平行切片图象中的 6 张,全部图象请从网上下载。

关于 BMP 图象格式可参考:

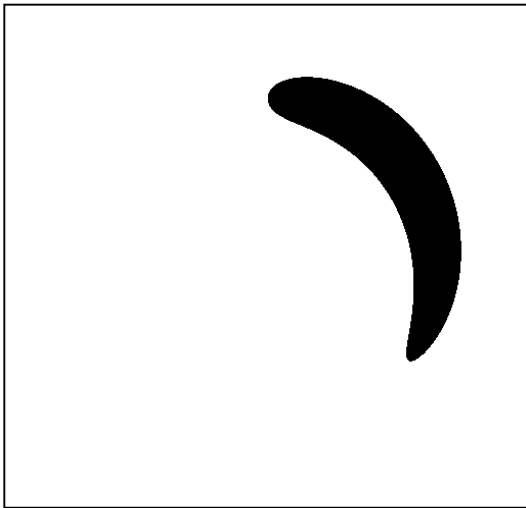
1. 《Visual C++数字图象处理》第 12 页 2.3.1 节。何斌等编著,人民邮电出版社,2001 年 4 月。
2. <http://www.dcs.ed.ac.uk/home/mxr/gfx/2d/BMP.txt>



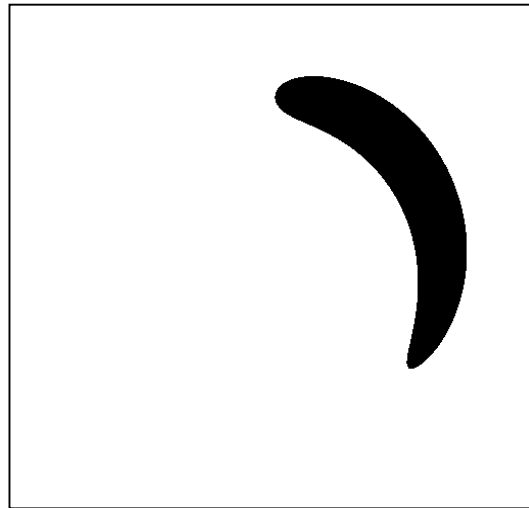
$Z=0$



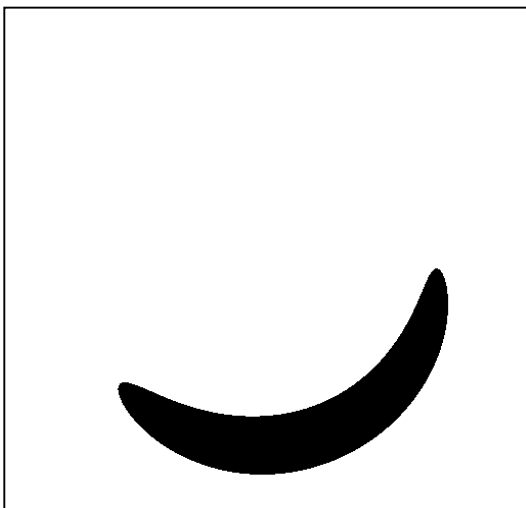
$Z=1$



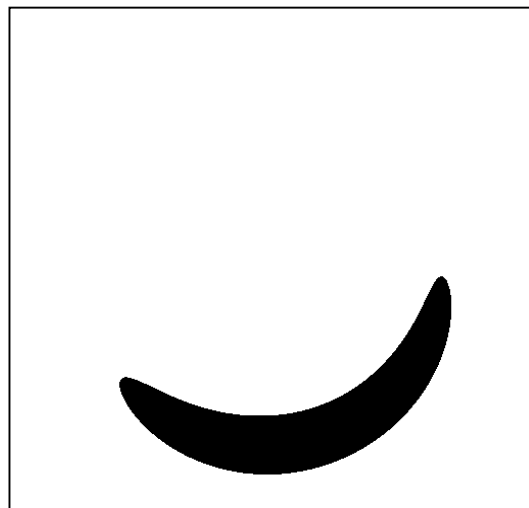
$Z=49$



$Z=50$



$Z=98$



$Z=99$