

1999 年全国大学生数学建模竞赛

B 题 钻井布局

一道工序用自动化车床连续加工某种零件, 由于刀具损坏等原因该工序会出现故障, 其中刀具损坏故障占 95%, 其它故障仅占 5%。工序出现故障是完全随机的, 假定在生产任一零件时出现故障的机会均相同。工作人员通过检查零件来确定工序是否出现故障。现积累有 100 次刀具故障记录, 故障出现时该刀具完成的零件数如附表。现计划在刀具加工一定件数后定期更换新刀具。

勘探部门在某地区找矿。初步勘探时期已零散地在若干位置上钻井, 取得了地质资料。进入系统勘探时期后, 要在一个区域内按纵横等距的网格点来布置井位, 进行“撒网式”全面钻探。由于钻一口井的费用很高, 如果新设计的井位与原有井位重合(或相当接近), 便可利用旧井的地质资料, 不必打这口新井。因此, 应该尽量利用旧井, 少打新井, 以节约钻探费用。比如钻一口新井的费用为 500 万元, 利用旧井资料的费用为 10 万元, 则利用一口旧井就节约费用 490 万元。

设平面上有 n 个点 p_i , 其坐标为 $(a_i, b_i), i=1, 2, \dots, n$, 表示已有的 n 个井位。新布置的井位是一个正方形网格 n 的所有结点(所谓“正方形网格”是指每个格子都是正方形的网格; 结点是指纵线和横线的交叉点)。假定每个格子的边长(井位的纵横间距)都是 1 单位(比如 100 米)。整个网格是可以在平面上任意移动的。若一个已知点 p_i 与某个网格结点 x_i 的距离不超过给定误差 ϵ ($=0.05$ 单位), 则认为 p_i 处的旧井资料可以利用, 不必在结点 x_i 处打新井。

为进行辅助决策, 勘探部门要求我们研究如下问题:

1) 假定网格的横向和纵向是固定的(比如东西向和南北向), 并规定两点间的距离为其横向距离(横坐标之差绝对值)及纵向距离(纵坐标之差绝对值)的最大值。在平面上平行移动网格 n , 使可利用的旧井数尽可能大。试提供数值计算方法, 并对下面的数值例子用计算机进行计算。

2) 在欧氏距离的误差意义下, 考虑网格的横向和纵向不固定(可以旋转)的情形, 给出算法及计算结果。

3) 如果有 n 口旧井, 给出判定这些井均可利用的条件和算法(你可以任意选定一种距离)。

数值例子 $n=12$ 个点的坐标如下表所示:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
a_i	0.50	1.41	3.00	3.37	3.40	4.72	4.72	5.43	7.57	8.38	8.98	9.50
b_i	2.00	3.50	1.50	3.51	5.50	2.00	6.24	4.10	2.01	4.50	3.41	0.80