

1998 年全国大学生数学建模竞赛

A 题 投资的收益和风险

市场上有 n 种资产 (如股票、债券、...) S_i ($i=1, \dots, n$) 供投资者选择, 某公司有数额为 M 的一笔相当大的资金可用作一个时期的投资。公司财务分析人员对这 n 种资产进行了评估, 估算出在这一时期内购买 S_i 的平均收益率为 r_i , 并预测出购买 S_i 的风险损失率为 q_i 。考虑到投资越分散, 总的风险越小, 公司确定, 当用这笔资金购买若干种资产时, 总体风险可用所投资的 S_i 中最大的一个风险来度量。

购买 S_i 要付交易费, 费率为 p_i , 并且当购买额不超过给定值 u_i 时, 交易费按购买 u_i 计算 (不买当然无须付费)。另外, 假定同期银行存款利率是 r_0 , 且既无交易费又无风险。 ($r_0=5\%$)

已知 $n = 4$ 时的相关数据如下:

S_i	$r_i(\%)$	$q_i(\%)$	$p_i(\%)$	$u_i(\text{元})$
S1	28	2.5	1	103
S2	21	1.5	2	198
S3	23	5.5	4.5	52
S4	25	2.6	6.5	40

试给该公司设计一种投资组合方案, 即用给定的资金 M , 有选择地购买若干种资产或存银行生息, 使净收益尽可能大, 而总体风险尽可能小。

试就一般情况对以上问题进行讨论, 并利用以下数据进行计算。

S_i	$r_i(\%)$	$q_i(\%)$	$p_i(\%)$	$u_i(\text{元})$
S1	9.6	42	2.1	181
S2	18.5	54	3.2	407
S3	49.4	60	6.0	428
S4	23.9	42	1.5	549
S5	8.1	1.2	7.6	270
S6	14	39	3.4	397
S7	40.7	68	5.6	178
S8	31.2	33.4	3.1	220
S9	33.6	53.3	2.7	475
S10	36.8	40	2.9	248
S11	11.8	31	5.1	195
S12	9	5.5	5.7	320
S13	35	46	2.7	267
S14	9.4	5.3	4.5	328
S15	15	23	7.6	131