

1997 年全国大学生数学建模竞赛

B 题 截断切割

某些工业部门（如贵重石材加工等）采用截断切割的加工方式。这里“截断切割”是指将物体沿某个切割平面分成两部分。从一个长方体中加工出一个已知尺寸、位置预定的长方体（这两个长方体的对应表面是平行的），通常要经过 6 次截断切割。设水平切割单位面积的费用是垂直切割单位面积费用的 r 倍，且当先后两次垂直切割的平面(不管它们之间是否穿插水平切割)不平行时，因调整刀具需额外费用 e 。试为这些部门设计一种安排各面加工次序（称“切割方式”）的方法，使加工费用最少。（由工艺要求，与水平工作台接触的长方体底面是事先指定的）详细要求如下：

- 1) 需考虑的不同切割方式的总数。
- 2) 给出上述问题的数学模型和求解方法。
- 3) 试对某部门用的如下准则作出评价：每次选择一个加工费用最少的待切割面进行切割。
- 4) 对于 $e = 0$ 的情形有无简明的优化准则。
- 5) 用以下实例验证你的方法：待加工长方体和成品长方体的长、宽、高分别为 10、14.5、19 和 3、2、4，二者左侧面、正面、底面之间的距离分别为 6、7、9（单位均为厘米）。垂直切割费用为每平方米 1 元， r 和 e 的数据有以下 4 组：a. $r=1, e=0$; b. $r=1.5, e=0$; c. $r=8, e=0$; d. $r=1.5; 2 \leq e \leq 15$ 。对最后一组数据应给出所有最优解，并进行讨论。