

1997 年全国大学生数学建模竞赛

A 题 零件的参数设计

一件产品由若干零件组装而成,标志产品性能的某个参数取决于这些零件的参数。零件参数包括标定值和容差两部分。进行成批生产时,标定值表示一批零件该参数的平均值,容差则给出了参数偏离其标定值的容许范围。若将零件参数视为随机变量,则标定值代表期望值,在生产部门无特殊要求时,容差通常规定为均方差的 3 倍。

进行零件参数设计,就是要确定其标定值和容差。这时要考虑两方面因素:一是当各零件组装成产品时,如果产品参数偏离预先设定的目标值,就会造成质量损失,偏离越大,损失越大;二是零件容差的大小决定了其制造成本,容差设计得越小,成本越高。

试通过如下的具体问题给出一般的零件参数设计方法。

粒子分离器某参数(记作 y)由 7 个零件的参数(记作 x_1, x_2, \dots, x_7) 来决定,经验公式为:

$$y = 174.42 \left(\frac{x_1}{x_5} \right) \left(\frac{x_3}{x_2 - x_1} \right)^{0.85} \sqrt[3]{ \frac{1 - 2.62 \left[1 - 0.36 \left(\frac{x_4}{x_2} \right)^{-0.56} \right]^{3/2} \left(\frac{x_4}{x_2} \right)^{1.16}}{x_6 x_7} } }$$

y 的目标值(记作 y_0)为 1.50。当 y 偏离 $y_0 \pm 0.1$ 时,产品为次品,质量损失为 1000 (元);当 y 偏离 $y_0 \pm 0.3$ 时,产品为废品,损失为 9000 (元)。

零件参数的标定值有一定的容许变化范围;容差为 A、B、C 三个等级,用与标定值的相对值表示, A 等为 $\pm 1\%$, B 等为 $\pm 5\%$, C 等为 $\pm 10\%$ 。7 个零件参数标定值的容许范围及不同容差等级零件的成本(元)如下表(符号 / 表示无此等级零件):

	标定值容许范围	C 等	B 等	A 等
x_1	[0.075,0.125]	/	25	/
x_2	[0.225,0.375]	20	50	/
x_3	[0.075,0.125]	20	50	200
x_4	[0.075,0.125]	50	100	500
x_5	[1.125,1.875]	50	/	/
x_6	[12,20]	10	25	100
x_7	[0.5625,0.935]	/	25	100

现进行成批生产,每批产量 1000 个。在原设计中,7 个零件参数的标定值为: $x_1=0.1$, $x_2=0.3$, $x_3=0.1$, $x_4=0.1$, $x_5=1.5$, $x_6=16$, $x_7=0.75$;容差均取最便宜的等级。

请你综合考虑 y 偏离 y_0 造成的损失和零件成本,重新设计零件参数(包括标定值和容差),并与原设计比较总费用降低了多少。