

1996 年全国大学生数学建模竞赛

A 题 最优捕鱼策略

为了保护人类赖以生存的自然环境, 可再生资源(如渔业、林业资源)的开发必须适度。一种合理、简化的策略是, 在实现可持续收获的前提下, 追求最大产量或最佳效益。

考虑对某种鱼(鲑鱼)的最优捕捞策略:

假设这种鱼分 4 个年龄组: 称 1 龄鱼, …… , 4 龄鱼。各年龄组每条鱼的平均重量分别为 5.07, 11.55, 17.86, 22.99 (克); 各年龄组鱼的自然死亡率均为 0.8 (1/年); 这种鱼为季节性集中产卵繁殖, 平均每条 4 龄鱼的产卵量为 1.109×10^5 (个); 3 龄鱼的产卵量为这个数的一半, 2 龄鱼和 1 龄鱼不产卵, 产卵和孵化期为每年的最后 4 个月; 卵孵化并成活为 1 龄鱼, 成活率(1 龄鱼条数与产卵总是 n 之比)为 $1.22 \times 10^{11} / (1.22 \times 10^{11} + n)$ 。

渔业管理部门规定, 每年只允许在产卵孵化期前的 8 个月内进行捕捞作业。如果每年投入的捕捞能力(如渔船数、下网次数等)固定不变, 这时单位时间捕捞量将与各年龄组鱼群条数成正比。比例系数不妨称捕捞强度系数。通常使用 13 mm 网眼的拉网, 这种网只能捕捞 3 龄鱼和 4 龄鱼, 其两个捕捞强度系数之比为 0.42:1。渔业上称这种方式为固定努力量捕捞。

1) 建立数学模型分析如何可持续捕获(即每年开始捕捞时渔场中各年龄组鱼群不变), 并且在此前提下得到最高的年收获量(捕捞总重量)。

2) 某渔业公司承包这种鱼的捕捞业务 5 年, 合同要求鱼群的生产能力不能受到太大的破坏。已知承包时各年龄组鱼群的数量分别为: 122, 29.7, 10.1, 3.29×10^9 (条), 如果仍用固定努力量的捕捞方式, 该公司采取怎样的策略才能使总收获量最高。