

1994 年全国大学生数学建模竞赛

A 题 逢山开路

要在一山区修建公路, 首先测得一些地点的高程, 数据见表 1(平面区域 $0 \leq x \leq 5600, 0 \leq y \leq 4800$, 表中数据为坐标点的高程, 单位: 米). 数据显示:

在 $y=3200$ 处有一东西走向的山峰; 从坐标 (2400, 2400) 到 (4800, 0) 有一西北 --- 东南走向的山谷; 在 (2000, 2800) 附近有一山口湖, 其最高水位略高于 1350 米, 雨季在山谷中形成一溪流. 经调查知, 雨量最大时溪流水面宽度 w 与(溪流最深处)的 x 坐标的关系可近似表示为:

$$w(x) = \frac{x - 2400}{2} + 5 \quad (2400 \leq x \leq 4000)$$

公路从山脚 (0, 800) 处开始, 经居民点 (4000, 2000) 至矿区 (2000, 4000). 已知路段工程成本及对路段坡度 α (上升高程与水平距离之比) 的限制如表 2.

限制如表 2.

- 试给出一种线路设计方案, 包括原理、方法及比较精确的线路位置(含桥梁、隧道), 并估算该方案的总成本.
- 如果居民点改为 $3600 \leq x \leq 4000, 2000 \leq y \leq 2400$ 的居民区, 公路只须经过居民区即可, 那么你的方案有什么改变.

表一 ↑ 北

4800	1350	1370	1390	1400	1410	960	940	880	800	690	570	430	290	210	15
4400	1370	1390	1410	1430	1440	1140	1110	1050	950	820	690	540	380	300	21
4000	1380	1410	1430	1450	1470	1320	1280	1200	1080	940	780	620	460	370	35
3600	1420	1430	1450	1480	1500	1550	1510	1430	1300	1200	980	850	750	550	50
3200	1430	1450	1460	1500	1550	1600	1550	1600	1600	1600	1550	1500	1500	1550	155
2800	950	1190	1370	1500	1200	1100	1550	1600	1550	1380	1070	900	1050	1150	120
2400	910	1090	1270	1500	1200	1100	1350	1450	1200	1150	1010	880	1000	1050	110
2000	880	1060	1230	1390	1500	1500	1400	900	1100	1060	950	870	900	930	95
1600	830	980	1180	1320	1450	1420	1400	1300	700	900	850	840	380	780	75
1200	740	880	1080	1130	1250	1280	1230	1040	900	500	700	780	750	650	55
800	650	760	880	970	1020	1050	1020	830	800	700	300	500	550	480	35
400	510	620	730	800	850	870	850	780	720	650	500	200	300	350	32
0	730	470	550	600	670	690	670	620	580	450	400	300	100	150	25
Y/X	0	400	800	1200	1600	2000	2400	2800	3200	3600	4000	4400	4800	5200	560

表 二

工程种类	一般路段	桥梁	隧 道
工程成本(元/米)	300	2000	1500(长度 ≤ 300 米) 3000(长度 > 300 米)
对坡度 α 的限制	$\alpha < 0.125$	$\alpha = 0$	$\alpha < 0.100$